УДК 517.958

ТЕРМОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СКВАЖИН, ВСКРЫВШИХ СЛОИСТЫЕ ПЛАСТЫ, НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Е.Р. БАДЕРТДИНОВА

Казанский национальный исследовательский технологический университет
E-mail badertdinova@yandex.ru

THERMOHYDRODYNAMIC RESEARCH METHODS WELLS PRODUCING FROM IN LAYERED FORMATIONS BASED ON THE THEORY OF REGULARIZATION

E.R. BADERTDINOVA

Kazan National Research Technological University

Аннотация

Предлагается два метода оценки фильтрационных параметров слоистого пласта, вскрытого вертикальной скважиной, на основе методов регуляризации. В качестве исходной информации в первом случае используются текущие дебиты и забойные давления, замеренные в каждом пропластке, а во втором кривые изменения температуры, снятые в стволе вертикальной скважины после ее пуска.

Ключевые слова: Метод регуляризации, неизотермическая фильтрация, гидродинамические исследования, коэффициент проницаемости

Summary

It is proposed two methods to estimate flow parameters of the layered formation penetrated by a vertical well, based on regularization methods. As the initial information in the first case the current production rates and bottomhole pressure measured in each layer, and the second curve of temperature variation, taken in a vertical well after starting.

Key words: regularization method, nonisothermal filtration, hydrodynamic research, the permeability coefficient

Введение

В данной работе рассматривается задача об определении коэффициента гидропроводности слоистого нефтяного пласта. Она принадлежит к классу обратных задач подземной гидромеханики и является некорректно поставленной и нелинейной. Рассматриваются два численных метода решения данной задачи. В первом в качестве исходной информации используются гидродинамические исследования скважины, во втором — термодинамические.

Большинство нефтегазовых месторождений имеют слоистое строение, обусловленное особенностями процесса осадконакопления.

Гидродинамические исследования вертикальных скважин, вскрывших многопластовые объекты, имеют свои особенности. В работах [1—3] было показано, что по кривым восстановления давления в вертикальных скважинах, одновременно эксплуатирующих несколько пропластков, без учета неустановившегося притока жидкости из каждого пропластка в отдельности, могут быть определены только осредненные фильтрационные характеристики пласта в целом.

Проведение таких промысловых экспериментов для малодебитных скважин весьма затруднительно.

1. Гидродинамические исследования вертикальных скважин, вскрывших слоистые пласты

При изучении вопроса о течении жидкости к эксплуатационным скважинам в многопластовой системе приходится учитывать возможные ее перетоки из одного пропластка в другой. При проведении численных расчетов таких пластов часто используется схема Мятиева - Гиринского . По схеме Мятиева - Гиринского пласт в вертикальном разрезе состоит из нескольких пропластков (слоев), где хорошо проницаемые слои чередуются со слабо проницаемыми. В хорошо проницаемых пластах пренебрегают вертикальной составляющей скорости фильтрации и течение полагают горизонтальным (вдоль пропластка), а в слабо проницаемых пластах пренебрегают горизонтальной составляющей скорости и течение полагают перпендикулярным к направлению напластования.

Обратная задача состоит в нахождении $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_{2n-1})$, когда процесс фильтрации в многопластом объекте описывается следующей системой:

$$Lp = 0, \tag{1}$$

$$Mp = Q, Np = 0, p|_G = p_0. \tag{2}$$

Здесь $p = (p_1, p_2, \ldots p_n)$,

$$L = \begin{pmatrix} L_1 + \omega_1 E & -\omega_1 E & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ -\omega_1 E & L_2 + \omega_1 E + \omega_2 E & -\omega_2 E & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & L_{n-1} + \omega_{n-2} E + \omega_{n-1} E & -\omega_{n-1} E \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & -\omega_{n-1} E & L_n + \omega_{n-1} E \end{pmatrix},$$

$L_i\, p_i = \operatorname{div}\left(\sigma_{2i-1}\, \operatorname{grad} p\right)$, $M = \{\, m_{kl}\,\}$ и $N = \{\, n_{kl}\,\}$ — матрицы порядка $n \times m$ с элементами $m_{kl} = \int\limits_{G_l} \sigma_{2k-1} \dfrac{\partial}{\partial n}\; ds = q_{kl}$ и $n_{kl} = \dfrac{\partial}{\partial \tau}\Big|_{G_l} = 0$, $Q = \{q_{kl}\}$ — матрица дебитов, $k = 1, 2, \ldots, n$, $l = 1, 2, \ldots, m$, σ_{2k-1}, H_{2k-1} — коэффициент гидропроводности и толщина хорошо проницаемых пропластков; $\omega_k = \sigma_{2k}/H_{2k}^2$, σ_{2k}, H_{2k} — коэффициент гидропроводности и толщина слабо проницаемых перемычек, G_l — окружности радиуса r_w.

Исходными данными для рассматриваемой задачи являются заданные дебиты q_{kl}, значения забойных давлений $p_{kl}^{(w)} = p_k\Big|_{G_l} = 0$, замеренные на скважинах, и значения функций давлений на границе области фильтрации.

Эта обратная задача порождает некоторый неявно заданный нелинейный оператор

$$A\sigma = P^* \tag{3}$$

где $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_{2n-1})$, $P^* = \{p_{kl}^{(w)}\}$ — матрица забойных давлений.

Обычно матрица P^* известна неточно: $\|P^* - P^*_\delta\| \leqslant \delta$, где $\|\cdot\|$ — норма в евклидовом пространстве R^{nm}, δ — погрешность измерений. Решение операторного уравнения (3) с приближенной правой частью осуществляется на основе минимизации функционала (см. [1, 4])

$$M^\alpha(\sigma) = \|A\sigma - P^*_\delta\|^2 + \alpha\Omega(\sigma) \tag{4}$$

где $\Omega(\sigma) = \sum\limits_{i=1}^{2n-1} (\sigma_i - \sigma_i^0)^2$, $\alpha = \alpha(\sigma)$ — параметр регуляризации, согласующийся с погрешностью измерений, σ_i^0 — приближенные значения коэффициентов гидропроводности.

Построение итерационного процесса для минимизации сглаживающего функционала производится по схеме, предложенной в (см. [4]). Последовательные приближения σ^n строятся следующим образом: в окрестности σ^n при фиксированном значении параметра регуляризации $\alpha = \alpha^n$ нелинейный оператор представляется в виде

$$A\sigma = A\sigma^n + A'_\sigma(\sigma^n)(\sigma - \sigma^n) + o(\|\sigma - \sigma^n\|),$$

где $A'_\sigma(\sigma^n)$ – некоторый линейный оператор, $A'_\sigma(\sigma^n)(\sigma-\sigma^n)$ – дифференциал Фреше в точке σ^n. Функционал

$$M^{\alpha_n}(\sigma) = \|A\sigma^n + A'_\sigma(\sigma^n)(\sigma-\sigma^n) - P^*_\delta\|^2 + \alpha\Omega(\sigma)$$

является квадратичным и его экстремаль находится из уравнения Эйлера. Дифференциал Фреше вычисляется на основе теории возмущений и имеет вид

$$A'_\sigma(\sigma)(\sigma-\widetilde{\sigma}) = \begin{pmatrix} A_{11} & \dots & A_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & \dots & A_{nm} \end{pmatrix},$$

где

$$A_{ij} = \left(\delta\sigma_1 \operatorname{grad}\widetilde{p}_1, \operatorname{grad}\widetilde{p}^i_{1j}\right) + \left(\delta\sigma_{2n-1}\operatorname{grad}\widetilde{p}_n, \operatorname{grad}\widetilde{p}^i_{nj}\right) +$$
$$+\sum_{l=1}^{n-1}\left(\delta\sigma_{2l-2}/H^2_{2l-2}\right)\left[\left(\widetilde{p}_l - \widetilde{p}_{l+1}, \widetilde{p}^i_{1j}\right) + \left(\widetilde{p}_{l+1} - \widetilde{p}_l, \widetilde{p}^i_{l+1j}\right)\right]$$

$$(a,b) = \int\limits_D a(x,y)dxdy - \text{скалярное произведение},$$

$\widetilde{p}$ – решение задачи (1) - (2), когда коэффициент гидропроводности равняется $\widetilde{\sigma}$, $\widetilde{p}^i_{kj}$ – решения сопряженных задач:

$$\widetilde{L}_1 p^i_{1j} + \widetilde{\omega}_1(\widetilde{p}^i_{1j} - \widetilde{p}^i_{2j}) = 0,$$
$$\widetilde{L}_2 p^i_{2j} + \widetilde{\omega}_1(\widetilde{p}^i_{2j} - \widetilde{p}^i_{1j}) + \widetilde{\omega}_2(\widetilde{p}^i_{2j} - \widetilde{p}^i_{3j}) = 0$$
$$\dots$$
$$\widetilde{L}_n p^i_{nj} + \widetilde{\omega}_{n-1}(\widetilde{p}^i_{nj} - \widetilde{p}^i_{n-1j}) = 0$$

с граничными условиями

$$\int\limits_{G_l} \sigma_{2k-1}\frac{\partial\widetilde{p}^i_{kj}}{\partial n}\,ds = \delta_{kl}, \quad \left.\frac{\partial\widetilde{p}^i_{kj}}{\partial\tau}\right|_{G_l} = 0, \quad \left.\widetilde{p}^i_{kj}\right|_G = 0,\ k=1,2,\dots,n,\ l=1,2,\dots,m,$$

где $L_k\widetilde{p}^i_{kj} = -\operatorname{div}\left(\sigma_{2k-1}\operatorname{grad}\widetilde{p}^i_{kj}\right)$, δ_{ij} – символ Кронекера.

Для нахождения σ при фиксированном α применяется процедура Гаусса-Ньютона [4].

2. Термогидродинамические исследования вертикальных скважин, вскрывших слоистые пласты

Стандартные технологии гидродинамических исследований скважин, вскрывшие слоистые объекты предусматривают одновременную регистрацию давления и дебитов пропластков [1], что представляет определенные технические сложности, поэтому создание и развитие термогидродинамических исследований многопластовых объектов имеет важное практическое значение.

Обратная задача определения коэффициентов проницаемости пропластков k_i, Джоуля-Томсона ε, адиабатического расширения η сводится к минимизации функционала-невязки [5]

$$F(\alpha) = \int\limits_0^T [\varphi(t) - T_1(L_{pr}, t)]^2 dt, \tag{5}$$

где $\varphi(t)$ – наблюдаемые значения температуры, $T_1(L_{pr}, t)$ – вычисленные значения температуры в стволе скважины, когда нестационарный процесс тепломассопереноса в стволе скважины с учетом присоединенной массы описывается следующей системой уравнений

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -\sum_{i=1}^N \gamma_i\frac{\varkappa w_i}{\omega}, \quad w_i = -\frac{k}{\mu}\left.\frac{\partial p^i_2}{\partial r}\right|_{r=r_w}, \quad 0 < z \leqslant L, \tag{6}$$

$$-\frac{\partial p_1}{\partial z} = \rho\, v\left(2\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\varkappa\psi}{8\omega}|v|\right) + \rho g, \quad 0 < z \leqslant L, \tag{7}$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + v\left(\frac{\partial T_1}{\partial z} + \varepsilon\frac{\partial p_1}{\partial z} + \frac{g}{C_p}\right) - \eta\frac{\partial p_1}{\partial t} =$$

$$+\frac{\varkappa\omega}{\rho}\left[\frac{\alpha}{C_p} - \rho\sum_{i=1}^{N}\gamma_i w_i\right]\left(T_2\Big|_{r=r_w} - T_1\right), \quad 0 < z \leqslant L,\ 0 < t < t_{exp}, \tag{8}$$

с начальными

$$T_1(z,0) = T_0 + G(L_{pr} - z), \quad p_1(z,0) = p_0 + \rho g(L_{pr} - z), \quad v(z,0) = 0, \quad 0 \leqslant z \leqslant L, \tag{9}$$

и граничными условиями

$$p_1(0) = p_2^1(r_w,t) + \rho g L_1^1, \quad T_1(0,t) = T_0 + GL_{pr}, \quad v(0,t) = 0, \quad 0 < t \leqslant t_{exp}, \tag{10}$$

$$\gamma_i = \begin{cases} 1, & z \in [L_i^1, L_i^2], \\ \\ 0, & z \notin [L_i^1, L_i^2] \end{cases}, \quad 0 \leqslant z \leqslant L, \quad i = 1, 2, \ldots, N,$$

где $\alpha = (k, \varepsilon, \eta)$, $0 < \alpha_i^0 \leqslant \alpha_i \leqslant b_i^0$, $\left(\alpha_i^0, b_i^0 = \mathrm{const}\right)$, $p_1 = p_1(z)$, $T_1 = T_1(z,t)$; $v = v(z,t)$ — давление, температура и скорость движения в стволе скважины, p_2^i — давление в i-ом пропластке, w_i — скорость фильтрации жидкости в пропластке, N — количество пропластков, $T_2 = T_2(r,z,t)$ — температура среды, C_p , ρ — удельная теплоемкость и плотность жидкости, G — геотермический градиент, $\varkappa$ — периметр ствола скважины, ω — площадь поперечного сечения ствола скважины, ε — коэффициент Джоуля-Томсона, η — коэффициент адиабатического расширения, ψ — коэффициент гидравлического сопротивления, α — коэффициент теплопередачи ствола скважины, L — длина ствола скважины, t_{exp} — время работы скважины, T_0, p_0 — температура и давление при $t = 0$ на уровне расположения прибора, L_i^1, L_i^2 — координаты подошвы и кровли i-го пропластка, L_{pr} — координата прибора, r_w — радиус скважины. Система уравнений (6)–(10) получается из законов сохранения массы, импульса и энергии [6, 7].

Коэффициенты теплопередачи α и гидравлического сопротивления ψ вычисляются по формулам для ламинарного течения (см. [6]).

Математическое моделирование распределения температуры и давления флюида по стволу скважины связано с определением поля давления и скорости потока в пласте, температуры в пласте и с окружающих породах.

Процессы тепломассопереноса в окружающих горных породах и в многопластовом нефтяном объекте описывается следующими уравнениями [3]:

$$C\frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\lambda}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_2}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T_2}{\partial z}\right) +$$

$$+\rho C\sum_{i=1}^{N}\gamma_i\left[m\eta\frac{\partial p_2^i}{\partial t} + \frac{k_i}{\mu}\frac{\partial p_2^i}{\partial r}\left(\frac{\partial T_2}{\partial r} + \varepsilon\frac{\partial p_2^i}{\partial r}\right)\right], \quad 0 < z < L,\ r_w \leqslant r \leqslant R_k,\ 0 < t \leqslant t_{exp}, \tag{11}$$

$$\beta^*\frac{\partial p_2^i}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{k_i}{\mu}r\frac{\partial p_2^i}{\partial r}\right), \quad r_w \leqslant r \leqslant R_k,\ 0 < t \leqslant t_{exp}, \tag{12}$$

с начальными

$$T_2(r,z,0) = T_0 + G(L_{pr} - z), \quad 0 \leqslant z \leqslant L, \quad r_w \leqslant r \leqslant R_k, \tag{13}$$

$$p_2^i(r,0) = p_2^{i0}, \qquad r_w \leqslant r \leqslant R_k, \tag{14}$$

и граничными условиями

$$-\lambda r\frac{\partial T_2}{\partial r}\Big|_{r=r_w} = r_w\left[\alpha - \rho C\sum_{i=1}^{N}\gamma_i w_i\right](T_1 - T_2), \quad 0 \leqslant z \leqslant L,\ 0 < t \leqslant t_{exp}, \tag{15}$$

$$T_2(R_k, z, t) = T_0 + G(L_{pr} - z), \quad 0 \leqslant z \leqslant L, \quad 0 < t \leqslant t_{exp}, \tag{16}$$

$$\left.\frac{\partial T_2}{\partial z}\right|_{z=0} = 0, \quad \left.\frac{\partial T_2}{\partial z}\right|_{z=L} = 0, \quad 0 < t \leqslant t_{exp}, \quad r_w \leqslant r \leqslant R_k, \tag{17}$$

$$2\pi \sum_{i=1}^{N} \frac{H_i k_i}{\mu} r \left.\frac{\partial p_2^i}{\partial r}\right|_{r=r_{well}} = q + C_w \frac{\partial p_2^i}{\partial t}, \quad 0 < t \leqslant t_{exp}, \tag{18}$$

$$p_2^i(R_k, t) = p_2^{i0}, \quad 0 < t \leqslant t_{exp}, \tag{19}$$

где $\lambda = \gamma\lambda_{env} + (1-\gamma)\lambda_{rock}$, $\lambda_{env}, \lambda_{rock}$ — коэффициенты теплопроводности горных пород и нефтяного пласта, $C = \gamma C_{env} + (1-\gamma)C_{rock}$, C_{env}, C_{rock} — объемная теплоемкость горных пород и нефтяного пласта, R_k — радиус контура питания, C_w — коэффициент влияния объема ствола скважины, q — дебит скважины, β^* — упругоемкость пласта.

Итерационная последовательность для минимизации функционала-невязки (5) строится на основе метода Левенберга-Марквардта. Сходимость предложенного алгоритма и его устойчивость относительно погрешности входной информации исследовались на модельных задачах. Результаты расчетов показывают, что итерационный процесс сходится за 15-20 итераций. Приводятся результаты расчетов по реальным данным.

3. Заключение.

Предложены два метода оценки фильтрационных параметров слоистого пласта, вскрытого вертикальной скважиной, на основе методов регуляризации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Хайруллин М.Х., Хисамов Р.С., Шамсиев М.Н. и др.** Интерпретация результатов гидродинамических исследований скважин методами регуляризации. — Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»; Институт компьютерных исследований, 2006. — 172 с.
2. **Самарский А.А., Вабищевич П.Н.** Вычислительная теплопередача. — М.: Эдиториал УРСС, 2003. — 784 с.
3. **Чекалюк Э.Б.** Термодинамика нефтяного пласта. — М.: Недра, 1965. — 238 с.
4. **Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.** Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1986. — 287 с.
5. **Бадертдинова Е.Р., Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н.** Термогидродинамические исследования вертикальных нефтяных скважин // ТВТ. — 2011. — Т.49, № 5. — С. 795—798.
6. **Марон В.И.** Гидродинамика однофазных и многофазных потоков в трубопроводе: Учебное пособие. — М.: МАКС Пресс, 2009. — 344 с.
7. **Чарный И.А.** Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. — М.: Недра, 1975. — 296 с.

REFERENCES

1. **Khairullin M.Kh., KHisamov R.S., Shamsiev M.N., Farhullin R.G.** Interpretation of the results hydrodynamic researches of wells methods of regularization [Interpretasiya resul'tatov gidrodinamicheskikh issledovaniy skvazhin metodami regulyarisazii]. — Moscow—Izhevsk: SRC «Regular and Chaotic Dynamics». Institute of Computer Science, 2006. —172 p. (in Russian)
2. **Samarskiy A.A., Vabichevich P.N.** Computational Heat Transfer. Volume 1, Mathematical Modelling. Volume 2, The Finite Difference Methodology. — New York: Wiley, 1995.

3. **Chekaluk E.B.** Thermodynamics of an oil reservoir [Termodinamika neftyanogo plasta]. – Moscow: Nedra, 1965. – 238 p. (in Russian)
4. **Tikhonov A.N. and Arsenin V.Ya.** Methods of solution of ill-posed problems. – New York: Wiley, 1977
5. **Badertdinova E.R., Khairullin M.Kh., Shamsiev M.N.** Thermohydrodynamic investigations of vertical oil wells // High Temperature. – 2011. – Vol. 49, № 5. – P. 769-772.
6. **Maron V.I.** Hydrodynamics single- and multiphase flows in the pipeline [Gidrodinamika odnofasnykh i mnogofasnykh potokov v truboprovode]. – Moscow: Max Press, 2009. – 344 p. (in Russian)
7. **Charnyy I.A.** Unsteady flow of a real fluid in pipes [Neustanovivsheecya dvizhenie real'noy zhidkosti v trubakh]. – Moscow: Nedra, 1975. – 296 p. (in Russian)